

# توسعه مدل پویای تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیری

کیامرث فتحی هفشجانی

دکترای واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی-عضوهیئت علمی دانشگاه آزاداسلامی واحد تهران  
جنوب

واژه‌های کلیدی:

تحلیل پوششی داده ها؛ واحدهای تصمیم گیری<sup>۳</sup>؛ ارزیابی پویا<sup>۴</sup>؛ کارایی<sup>۵</sup>؛ تحلیل پنجره ای<sup>۶</sup>

## چکیده

تحلیل پوششی داده ها<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز، کوپر و رودز<sup>۲</sup> بعنوان یک مدل ریاضی کارا در قلمرو تحقیق در عملیات برای ارزیابی کارایی سازمانها مطرح گردید و از آن زمان تاکنون، صدها مقاله در این خصوص در جهان ارائه شده است. و مدل های مختلف و متنوعی برای اندازه گیری کارایی واحدهای تصمیم گیری همگن به وجود آمده است. ولی با وجود این همه پیشرفت که در این رشته بوجود آمده است، نکته ای که باید به آن اشاره نمود این است که متأسفانه در این تحقیقات کمتر به ارزیابی کارایی پویا پرداخته شده است، و ارزیابی در طی دوره های زمانی نادیده گرفته شده است. و این موضوعی است که در این مقاله به آن توجه شده است و مدل پویای تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی واحدهای تصمیم گیری توسعه یافته است. در این مدل ستاده های یک دوره به عنوان نهاده های دوره بعدی در نظر گرفته شده و یک واحد تصمیم گیری بصورت پویا مورد ارزیابی قرار می گیرد. نقطه قوت این مقاله در این است که با مدل پویای ارائه شده امکان ارزیابی کارایی واحدهای غیر همگن نیز وجود دارد، که این امر باعث توسعه در تکنیک تحلیل پوششی داده ها شده است.

- 
3. Decision Making Units
  4. Dynamic Measurement
  5. Efficiency
  6. Window Analysis
  1. Data Envelopment Analysis
  2. Charnes, Cooper, Rhoads

## مقدمه

شاید هنگامی که در حدود پنجاه سال پیش فارل<sup>۱</sup> سنگ بنای اولیه تکنیک تحلیل پوششی داده ها را گذاشت، خودش هم فکر نمی کرد که در کمتر از نیم قرن این بحث چنان پیشرفتی کند که در بیشتر شاخه های علوم، از ریاضیات گرفته تا علوم فنی و مهندسی و مدیریت و اقتصاد و غیره بعنوان یک تکنیک کارا در تحلیل عملکرد واحدهای تصمیم گیری مطرح شود. از زمان شروع بحث اصلی تحلیل پوششی داده ها در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز تاکنون، صدها مقاله در این خصوص در جهان ارائه شده است. و مدل های مختلف و متنوعی برای اندازه گیری کارایی واحدهای تصمیم گیری<sup>۲</sup> به وجود آمده است. و در این زمینه باید از پروفیسور ون دی پن<sup>۳</sup> و پروفیسور بیزلی<sup>۴</sup> و پروفیسور سیفورد<sup>۵</sup> بعنوان پیشروان ارزیابی کارایی در جهان نام برد. در ایران نیز اصلی ترین کارها در این زمینه توسط دکتر محمد رضا علیرضائی و دکتر جهانشاهلو انجام شده است. در حال حاضر بیش از دو هزاروپانصد مقاله در خصوص مدل های متنوع این بحث ارائه شده است. ده ها کتاب در این خصوص نوشته شده، چندین نرم افزار مرتبط طراحی و تهیه گردیده، و سمینارهای متعدد جهانی، منطقه ای و ملی در زمینه تحلیل پوششی داده ها برگزار شده است. همچنین صدها پایان نامه و رساله در مقاطع فوق لیسانس و دکتری، این تکنیک را از نظر بنیادی و کاربردی توسعه داده است. که همه اینها نشان از اهمیت این تکنیک ریاضی در دنیای امروز است.

ولی با وجود این همه پیشرفت که در این رشته بوجود آمده است، نکته ای که باید به آن اشاره نمود این است که متأسفانه تعداد کمی از این تحقیقات در زمینه ارزیابی کارایی پویا می باشد. و فقط به ارزیابی کارایی در یک مقطع زمانی پرداخته اند، و ارزیابی در طی دوره های زمانی نادیده گرفته شده است. و این موضوعی است که در این مقاله به آن توجه شده است و مدل پویای تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی واحدهای تصمیم گیری توسعه یافته است.

## پیشینه نظری موضوع

روش تحلیل پوششی داده ها که به اختصار D.E.A نامیده می شود برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیری یا D.M.U ها بکار می رود که در اینجا به طور اختصار راجع به این روش توضیح داده می شود. (علیرضایی، ۱۳۷۹، ۵-۱) "اگر تعدادی واحد همگن داشته باشیم می توان کارایی را برای این واحد ها بصورت نسبت خروجی ها به ورودی ها تعریف نمود:

$$Efficiency = \frac{Outputs}{Inputs} \quad (1)$$

این نسبت را در بسیاری از سازمانها نظیر مدارس، دانشگاهها، بیمارستانها، شعب بانکها، مغازه ها و... می توان بعنوان معیار موفقیت واحدهای تصمیم گیری و نیز ملاکی برای استفاده مطلوب از منابع تعریف نمود. البته با توجه به اینکه ورودی ها و خروجی ها دارای اهمیت یکسانی نمی باشد لذا لازم است وزن های متفاوتی به این نهادها و ستاده ها داده تا اینکه میزان اهمیت آنها و اولویت هر یک نسبت به دیگری را مشخص نمائیم. فارل در سال ۱۹۶۲ پیشنهاد اضافه نمودن ضرایب وزنی را به ورودی و خروجی ها برای محاسبه کارایی ارائه نمود:

$$Efficiency = \frac{Weighted \text{ sum of outputs}}{Weighted \text{ sum of Inputs}} = \text{مجموع ستاده های موزون}$$

مجموع نهاده های موزون

و برای اندازه گیری کارایی یک واحد تصمیم گیری می توان رابطه فوق را به صورت زیر نوشت:

---

1. Farrell  
2. Decision Making Units  
3. Van De Panne  
4. Baseley  
5. Seiford

$$\text{efficiency of unit } j = \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots} \quad (2)$$

که در آن:

$$u_1 = \text{وزن داده شده به خروجی شماره ۱}$$

$$Y_{1j} = \text{مقدار خروجی شماره ۱ از واحد } j$$

$$v_1 = \text{وزن داده شده به ورودی شماره ۱}$$

$$X_{1j} = \text{مقدار ورودی شماره ۱ به واحد } j \text{ می باشند.}$$

چنانچه بتوان این نسبت را برای هر یک از واحدهای تصمیم گیری در مقایسه با سایر آن ها حل نمود، می توان به مقایسه این واحدها از نقطه نظر کارایی پرداخت و واحدهای کارا را در برابر واحدهای فاقد کارایی مشخص نموده و آنگاه درصد افزایش کارایی واحدهای ناکارا برآمد. در سال ۱۹۵۱ فارل باتوسعه دیدگاه فوق سنگ بنای اولیه روش تحلیل پوششی داده ها را بنا نهاد. (Farrell, M. 1957, 252-281)<sup>۱</sup>

تحلیل پوششی داده ها روشی است که برای ارزیابی کارایی واحدهای سازمانی همگن<sup>۲</sup> که به آنها واحدهای تصمیم گیری گفته می شود بکار می رود. واحدهایی که در آنها از ورودی های همسان برای رسیدن به خروجی های همسان استفاده می شود. روش فوق با نام اصلی "تحلیل پوششی داده ها" برای اولین بار در سال ۱۹۷۸ بوسیله چارلز، کوپر، رودز ارائه گردید. آنها مدل زیر را برای اندازه گیری کارایی واحد  $j_0$  در مقایسه با مجموعه ای از واحد ها ارائه نمودند:

$$(Charnes.A \&etal, 1994, 5-33)$$

$$\text{Max } h_0 = \frac{\sum_r u_r y_{rj_0}}{\sum_i v_i x_{ij_0}}$$

subject to

$$\frac{\sum_r u_r y_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \text{for each unit } j.$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(3)

که در آن:

$$Y_{rj} = \text{مقدار خروجی } r \text{ از واحد } j \text{ ام}$$

$$X_{ij} = \text{مقدار ورودی } i \text{ به واحد } j \text{ ام}$$

$$u_r = \text{وزن تخصیص داده شده به خروجی } r$$

$$v_i = \text{وزن تخصیص داده شده به ورودی } i$$

$$n = \text{تعداد واحدها}$$

$$S = \text{تعداد ستاده ها}$$

$$m = \text{تعداد نهاده ها}$$

$$\varepsilon = \text{یک مقدار غیر منفی معیار کوچک غیر ارشمیدسی}$$

1 . Data Envelopment Analysis

2 . Homogeneous

در اینجا اگر مقدار  $h_0 = 1$  باشد می‌گوییم واحد  $j_0$  نسبت به سایر واحد های مورد مقایسه کارا است. ولی اگر این مقدار کوچکتر از یک باشد این واحد نسبت به سایر واحدها از کارایی کمتری برخوردار است. این مدل یک مدل غیر خطی کسری است که برای حل می‌بایست به یک مدل خطی معمولی تبدیل شود. پس از تبدیل، مدل خطی زیر را خواهیم داشت:

برنامه اولیه:

<p><b>Primal Model:</b></p> $\text{Max } h_0 = \sum_r u_r y_{rj_0}$ <p>subject to</p> $\sum_i v_i x_{ij_0} = 100 \text{ (say)}$ $\sum_r u_r y_{rj} - \sum_i v_i x_{ij} \leq 0 \quad j=1,2,\dots,n$ $-v_i \leq -\varepsilon \quad i=1,2,\dots,m$ $-u_r \leq -\varepsilon \quad r=1,2,\dots,t$	<p><b>dual variables</b></p> $Z$ $\lambda_0$ $s_i^+$ $s_i^-$
--	--

(4)

برنامه ثانویه:

**Dual Model:**

$$\text{Min } 100 Z_0 - \varepsilon \sum_r s_r^+ - \varepsilon \sum_i s_i^-$$

subject to

$$x_{ij_0} Z_0 - s_i^- - \sum_j x_{ij} \lambda_j = 0 \quad i=1,\dots,m$$

$$-s_r^+ + \sum_j y_{rj} \lambda_j = y_{rj_0} \quad r=1,\dots,t$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0, Z_0 \text{ unconstrained.}$$

(5)

بر اساس مدل فوق چنانچه یک واحد تصمیم‌گیری بتواند با منابع مصرفی کمتری خروجی بیشتری نسبت به دیگر واحدها را داشته باشد، به آن یک واحد کارا می‌گویند. و آنگاه بر اساس نتایج بدست آمده برای بقیه واحدها آنها را بترتیب دسته بندی می‌کنند."

ویژگیهای تحلیل پوششی داده ها

تحلیل پوششی داده ها دارای ویژگیهای منحصر به فردی است که آنرا از سایر مدل‌های کلاسیک و پارامتریک اندازه گیری

کارایی متمایز می‌سازد. اهم این ویژگیها عبارتند از:

- ارزیابی واقع بینانه
- ارزیابی همزمان مجموعه عوامل
- عدم نیاز به وزنهای از قبل تعیین شده

- جبرانی بودن
- ارزیابی با گرایش مرزی به جای گرایشهای مرکزی
- تصویر کردن بهترین وضعیت عملکردی به جای وضعیت مطلوب

### قابلیتهای کاربردی تحلیل پوششی داده ها

علاوه بر ویژگیهای ذکر شده، در بعد عملی نیز روش فوق دارای قابلیتهای غیر قابل رقابت بوده که یکی از این قابلیتها یعنی ارزیابی پویا موضوع بحث این مقاله است. قابلیتهای اساسی این روش عبارتند از:

- رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری
- ارائه واحدهای نشانه<sup>۱</sup> و راه کارهای بهبود عملکرد
- ارائه واحدهای با بیشترین مقیاس بهره وری<sup>۲</sup> (M.P.S.S) و تخمین بازده به مقیاس<sup>۳</sup> (R.T.S)
- ارائه راه کارهای توسعه ای شامل انبساط و انقباض واحدها
- تعیین پیشرفت و پسرفت تکنیکی واحدها
- تعیین تراکم در نهاده ها
- تخصیص بهینه منابع
- تعیین پتانسیلهای عملکردی
- ارزیابی پویای کارایی

### مدل پویای تحلیل پوششی داده ها

پس از توضیح مختصری که در رابطه با روش تحلیل پوششی داده ها ارائه گردید یکی از قابلیتهای کاربردی این تکنیک به نام ارزیابی پویای کارائی مورد بحث بیشتری قرار می گیرد. در اینجا ابتدا یکی از مهمترین کارهای انجام شده در دنیا تشریح گردیده، آنگاه مدل تهیه شده توسط نویسندگان مقاله توضیح داده خواهد شد.

### تحلیل پنجره ای<sup>۱</sup>

در بررسی مدلهای تحلیل پوششی داده ها و اندازه گیری کارائی واحدهای تصمیم گیری، هر DMU فقط در یک زمان مشخص مورد ارزیابی قرار می گیرد. ولی در مطالعات واقعی غالباً<sup>۱</sup> مشاهدات مربوط به DMU ها در طی یک دوره زمانی و بصورت داده های سری زمانی می باشد. و این برای وقتی که بخواهیم کارائی واحد تصمیم گیری را در طی یک دوره زمانی بررسی نموده و تغییرات آنرا مشخص کنیم بسیار اهمیت دارد. در این حالت با مقایسه میانگین وزنی می توان رفتار یک DMU در طی یک دوره زمانی را به گونه ای که در یک زمان نسبت به زمان دیگر رفتار متفاوتی دارد، بررسی نمود. مزیت این کار این است که می توان عملکرد یک DMU را در یک دوره زمانی مشخص با عملکرد همان DMU در یک دوره زمانی دیگر و یا اینکه با DMU های دیگر مقایسه نمود.

تحلیل پنجره ای که در سال ۱۹۸۵ توسط چارلز و همکاران در عملیات نگهداری هواپیماها در ایالات متحده آمریکا انجام شد، بهترین حالت از اجرای روش فوق برای اندازه گیری کارائی واحدهای تصمیم گیری می باشد. (علیرضائی، ۱۳۸۰، ۱-۱۵)

برای انجام تحلیل پنجره ای اطلاعات مربوط به ۱۴ (n=14) پرواز تاکتیکی هواپیماهای جنگی در نیروی هوایی امریکا برای یک دوره هفت ماهه (p=7) بدست آمد. برای شروع تحلیل دوره های سه ماهه (w=3) بعنوان یک دوره زمانی بررسی انتخاب گردید.

---

1. Benchmark  
 2. Most Productive Scale Size  
 3. Return to Scale  
 1. Window Analysis

هر DMU (پرواز) بعنوان یک DMU متفاوت در طی هر ماه، برای یک دوره متوالی سه ماهه در ابتدای پنجره قرار گرفت. (M1,M2,M3) و سپس تجزیه و تحلیل بصورت ۴۲ واحد تصمیم گیری برای آن انجام شد. ( $n*w=3*14=42$ ) ( یعنی اینکه هر پرواز در طی یک دوره سه ماهه ( سه ماهه اول) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت). سپس پنجره به اندازه یک دوره به جلو شیفت داده شد، و تجزیه و تحلیل برای دوره سه ماهه بعدی (M2,M3,M4) و ۴۲ DMU دیگر انجام شد. این روند به همین صورت ادامه یافته و پنجره هر بار یک دوره به جلو شیفت پیدا کرد، تا اینکه در نهایت پنجمین و آخرین تحلیل برای ۴۲ DMU در یک سه ماهه دیگر انجام شد. (M5,M6,M7) و نتایج کارائی بدست آمده بصورت جدول زیر ارائه شد.

### نتایج تحلیل پنجره ای با پنجره سه ماهه

(جدول شماره ۱)

Wing	Month	Month	Month	Month	Month	Month	Month
	1	2	3	4	5	6	7
Wing A	97.89	97.31	98.14				
		97.36	97.53	97.04			
			96.21	95.92	94.54		
				95.79	94.63	97.64	
					94.33	97.24	97.74
Wing B	93.90	95.67	96.14				
		96.72	96.42	94.63			
			95.75	94.14	93.26		
				94.54	93.46	96.02	
					93.02	96.02	94.49
Wing C	93.77	91.53	95.26				
		91.77	95.55	94.29			
			93.21	95.04	94.83		
				93.20	93.09	92.21	
					93.59	92.32	92.83
Wing D	99.72	96.15	95.06				
		97.91	95.70	100			
			94.79	100	94.51		
				99.71	94.39	94.76	
					94.95	94.67	89.37
Wing E	100	100	100				
		100	100	100			
			98.97	99.05	100		
				99.37	100	100	
					100	100	100
Wing F	97.42	93.48	96.07				
		93.60	96.24	93.56			
			94.46	91.75	92.49		
				91.73	92.32	92.35	

					92.68	91.98	99.64
Wing G	90.98	92.80	95.96				
		93.67	96.80	99.52			
			93.34	94.48	91.73		
				91.94	89.79	95.58	
					98.35	95.14	96.38
Wing H	100	100	100				
		100	100	100			
			100	100	100		
				100	100	100	
					100	100	100
Wing I	99.11	95.94	99.76				
		96.04	100	100			
			98.16	98.99	94.59		
				98.97	94.62	99.16	
					94.68	98.92	97.28
Wing J	92.85	90.90	91.62				
		91.50	92.12	94.75			
			90.26	93.39	93.83		
				92.92	93.84	95.33	
					94.52	96.07	94.43
Wing K	86.25	84.42	84.03				
		84.98	84.47	93.74			
			83.37	82.54	80.26		
				82.39	80.14	79.58	
					80.96	78.66	79.75
Wing L	100	100	100				
		100	100	99.55			
			100	99.39	97.39		
				100	96.85	100	
					96.66	100	100
Wing M	100	100	100				
		100	100	100			
			100	100	100		
				100	100	98.75	
					100	98.51	99.59
Wing N	100	100	98.63				
		100	100	100			
			99.45	100	100		
				100	100	100	
					100	100	100

در اولین پنجره، پرواز A بعنوان یک محدودیت در مدل‌های DEA قرار گرفته است. از اینرو وقتی پرواز شماره یک برای کارائی ماه اول مورد ارزیابی قرار گرفت، داده‌های عملکردی آن برای ماههای ۲ و ۳، مشتمل بر مجموعه محدودیتهای مشابه با داده‌های عملکردی سایر پروازها برای ماههای ۱ و ۲ و ۳ خواهد بود. از اینرو نتایج اولین پنجره تحلیل شده مشتمل بر ۴۲ نمره برای ستونهای ماههای ۱ الی ۳ در هر سطر، و برای هر پرواز خواهد بود. مثلاً پرواز شماره یک نرخهای کارائی ۹۷/۸۹ و ۹۷/۳۱ و ۱۴/۹۸ برای عملکرد خود در ماههای ۱ و ۲ و ۳ دارد. دومین سطر داده‌های ارائه شده مربوط به نتایج بدست آمده برای هر پرواز در پنجره شماره ۲ برای ۴۲ DMU خواهد بود. نتایجی که با حذف ماه اول و اضافه نمودن ماه چهارم بدست آمده است. ترتیب نتایج تحلیل پنجره ای که در جدول فوق قرار گرفته است، روند عملکرد DMU ها را مشخص نموده و پایداری مجموعه‌های مرجع را به ما نشان می‌دهد. مثلاً در مرور سطری می‌توان روند عملکرد پروازهای E و M را ملاحظه نمود. پرواز E عملکرد خود را در ماه پنجم در مقایسه با عملکرد قبلی در ماههای ۳ و ۴ در سومین پنجره بهبود بخشیده است. در حالی که عملکرد پرواز M در طی ماههای ۶ و ۷ کاهش یافته است. مشابه همین در مرور ستونی نیز می‌توان پروازها را (DMU ها) در رابطه با مرجعهای مختلف مورد مقایسه قرار داد حتی در جدول مذکور می‌توان ستونهای آماری میانه، میانگین، واریانس و..... رانیز برای هر پرواز و مقایسه آن با سایر پروازها را طراحی و ارائه نمود.

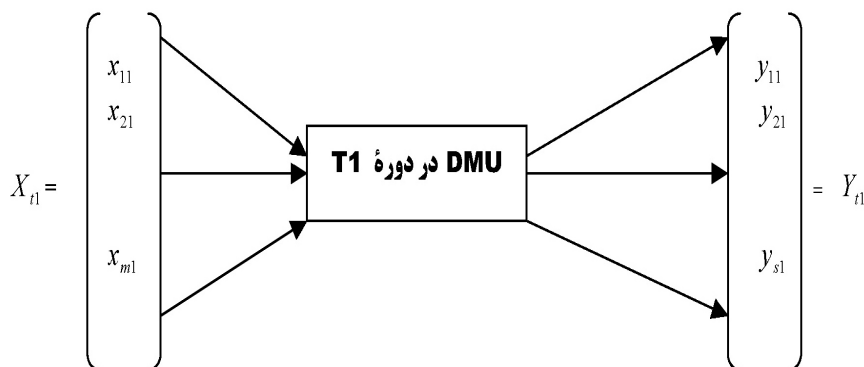
### معرفی مدل پویا

یکی از اختلافات تحلیل چارنز و همکارانش با مدلی که در این مقاله ارائه شده است این است که تحلیل چارنز بر روی مجموعه‌ای از DMUهای پایه است. در حالی که در مقاله حاضر تحلیل بر روی یک DMU در دوره‌های مختلف متمرکز است. به عبارت دیگر یک DMU در دوره‌های زمانی مختلف ارزیابی شده و کارایی و یا عدم کارایی آن در طی دوره‌های زمانی مشخص خواهد شد.

از طرف دیگر یکی از وجوه تمایز این مدل با سایر مدل‌های DEA دیگر ارائه شده، این است که در اینجا ستاده‌های هر DMU در هر دوره بعنوان نهاده‌های DMU در دوره دیگر بکار گرفته خواهد شد. بنابراین امکان مقایسه پویای DMU با عملکرد گذشته خود به طور کامل میسر می‌شود و لذا این مدل را برجسته تر می‌نماید.

### تشریح مدل در حالت کلی

در حالت کلی اگر دوره شروع ارزیابی را  $t_1$  فرض کنیم. در این دوره یک DMU داریم که نهاده‌هایی برای تولید ستاده‌هایی بکار می‌گیرد. شمای مدل در حالتی که DMU در دوره  $t_1$  ارزیابی شود.



با اعمال مدل CCR از مجموعه مدل‌های DEA برای DMU در دوره  $t_1$  داریم.

$$\text{Min } \theta_{t_1} - \varepsilon (1s^- + 1s^+)$$

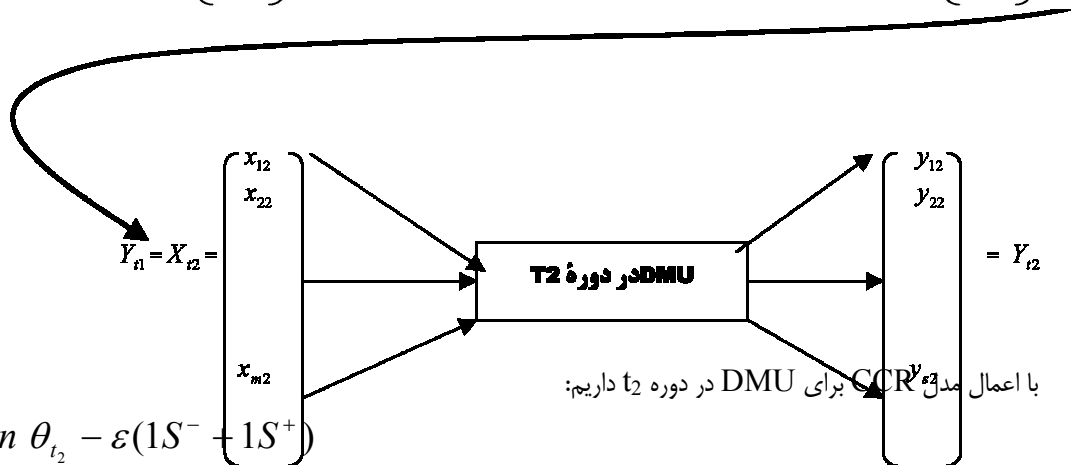
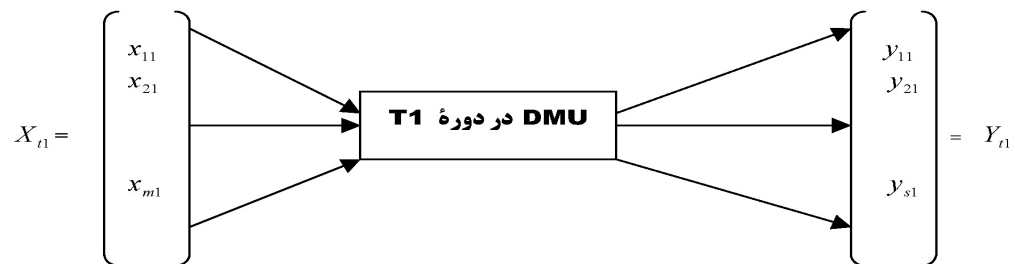
s.t :

$$\begin{aligned} y_{t_1} &= Y_{t_1} \lambda_{t_1} - S^+ \\ \theta x_{t_1} &= X_{t_1} \lambda_{t_1} + S^- \quad (6) \\ \lambda_{t_1} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$S^+, S^- \geq 0$$

جواب متناظر عبارت است از  $S^+ = S^- = 0$  و  $\theta_{t_1}^* = 1$  یعنی DMU در دوره  $t_1$  کارا است. البته چنین نتیجه ای با توجه به اینکه سابقه عملکردی از این واحد و هیچ واحد مشابه دیگری موجود نیست دور از انتظار نخواهد بود. در دوره بعدی،  $t_2$ ، این DMU بعنوان DMU ای متفاوت با نهاده هایی که ستاده های، DMU در  $t_1$  هستند و ستاده هایی احتمالاً متفاوت با دوره قبل به صورت زیر در نظر گرفته خواهد شد.

شمای مدل در حالی که DMU در دوره  $t_2$  ارزیابی شود.

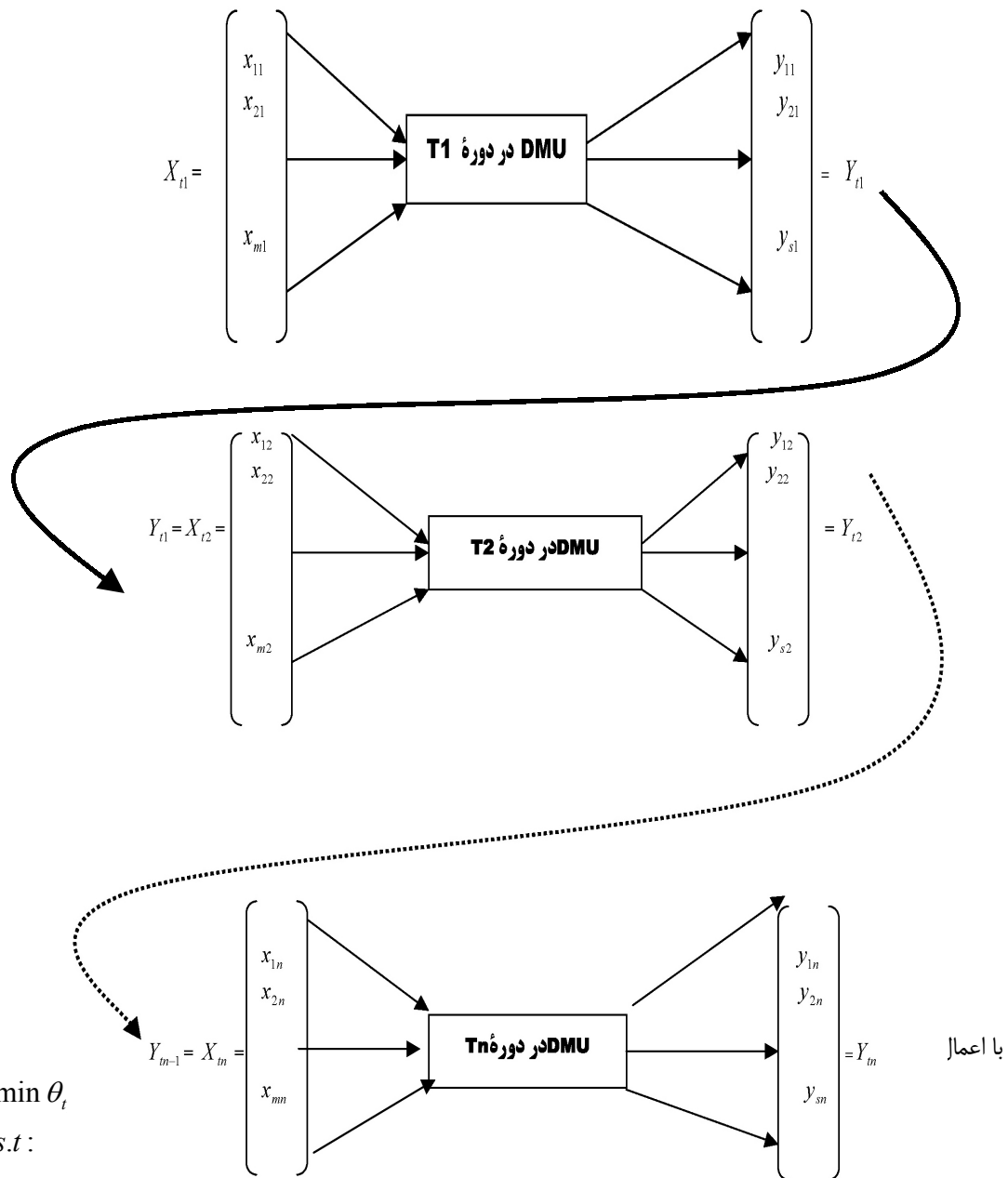


$$\text{Min } \theta_{t_2} - \varepsilon (1S^- + 1S^+)$$

s.t.

$$\begin{aligned} Y_{t_2} &= Y_{t_1} \lambda_{t_1} + Y_{t_2} \lambda_{t_2} - S^+ \\ \theta X_{t_2} &= X_{t_1} \lambda_{t_1} + X_{t_2} \lambda_{t_2} + S^- \quad (7) \\ \lambda_{t_1}, \lambda_{t_2} &\geq 0 \\ S^+, S^- &\geq 0 \end{aligned}$$

به همین ترتیب در دوره های بعدی ارزیابی انجام می شود. در حالت کلی فرض می کنیم که در دوره  $t_n$  هستیم لذا تعداد DMUهای تحت ارزیابی  $n$  تا است که  $DMU.n - 1$ ، وضعیت نهاده ای ستاده ای DMU را در دوره های  $t_1$  الی  $t_{n-1}$  نشان می دهد و ارزیابی در دوره  $t_n$  مورد نظر است. الگوی پویا به صورت زیر خواهد بود. شمای مدل در حالتی که DMU در دوره  $t_n$  ارزیابی شود.



$$\min \theta_t$$

s.t :

$$Y_{t_n} = Y_{t_1} \lambda_{t_1} + Y_{t_2} \lambda_{t_2} + \dots + Y_{t_n} \lambda_{t_n} - S^- \quad (8)$$

$$\theta X_{t_n} = X_{t_1} \lambda_{t_1} + X_{t_2} \lambda_{t_2} + \dots + X_{t_n} \lambda_{t_n} + S^+$$

$$\lambda_{01}, \lambda_{02}, \lambda_{03}, \dots, \lambda_{0n} \geq 0$$

$$\square^+, \square^- \geq 0$$

با اعمال

به این ترتیب در مدل پویای تحلیل پوششی داده ها در  $n$  دوره متوالی نیاز به  $n$  مساله برنامه ریزی خطی است که مسئله متناظر در هر دوره یک متغیر بیشتر از مساله دوره ماقبل خود دارد. پس از حل تمامی مدل‌های فوق و استخراج نتایج در یک مسئله واقعی، وضعیت کارایی یک D.M.U در طی دوره های زمانی مختلف مشخص گردیده و به راحتی می توان مقایسه پویا را در خصوص آن واحد تصمیم گیری انجام داد. همچنین با به دست آوردن مقادیر پارامترهای مدل، دلایل ناکارا بودن D.M.U را در یک مقطع زمانی مشخص کرده و راه کارهای مناسب را ارائه نمود.

## نتیجه گیری

در مدل پویای تحلیل پوششی داده ها، واحد تصمیم گیری در طی زمان با خودش مقایسه می شود. به همین دلیل می توان واحد تصمیم گیری یا DMU را زمان در نظر گرفت و وضعیت رشد آنرا در طی دوره های زمانی مختلف مشخص نمود. آنگاه با بررسی رشد، کارایی واحد را در طی زمانهای مختلف با هم مقایسه نمود. جنبه نوآوری مهم مدل ارائه شده اینست که همین کار را می توان برای یک سازمان دیگر که سختی با واحد مورد بررسی ندارد با استفاده از مدل پویای D.E.A در طی دوره زمانی انجام داد و آنگاه رشد این سازمان را در طی زمان مشخص نمود. در نهایت این دو واحد ناهمگن را از نظر رشد کارایی در طی سال های مختلف با یکدیگر مقایسه نمود. و این حالت از جنبه های مهم و قابل توجه مدل پویای پیشنهادی است. که سعی نموده است تا حدودی یکی از نقائص اصلی مدل‌های ساده تحلیل پوششی داده ها را برطرف نماید. چرا که در مدل های ساده تحلیل پوششی داده ها شرط اساسی مقایسه واحدهای تصمیم گیری با یکدیگر همگن بودن آنها است. البته روش ارائه شده بطور قطع خالی از اشکال نبوده و تحقیقات آتی می تواند آنرا تکمیل تر نماید.

## منابع

1. علیرضائی، محمدرضا، جعفری، سعید، (۱۳۷۹)، " ارزیابی عملکرد دستگاه های اجرایی و ارائه الگوهای بهینه عملکرد آنها به کمک تحلیل پوششی داده ها"، موسسه بین المللی تحقیق در عملیات بهین کارا، صص ۱۰-۱
2. علیرضائی، محمدرضا، (۱۳۷۹)، " تحلیل پوششی داده ها - کارگاه مقدماتی"، موسسه بین المللی تحقیق در عملیات بهین کارا، صص ۹-۱
3. علیرضائی، محمد رضا (۱۳۸۰)، " ارائه مدلی پویا برای ارزیابی عملکرد صنعت برق"، دومین کنفرانس بین المللی صنعت برق، صص ۱۵-۱

4. Alirezaee, M.R., S.Mehrabian, (۱۳۷۶) ، "Tutorial on Data Envelopment Analysis"، Journal of science، Vol23، pp: 459 - 497
5. Andersen p. and N.C. Peterson، (۱۹۹۳) ، " A procedure for Ranking Efficient units in Data Envelopment analysis " Management science، Vol.39، pp: 1261-1264.
6. Banker، R.D.A. charnes، and، w.w.Cooper، (۱۹۸۴) ، "some Models for Estimating technical and scale In efficiencies in Data Envelopment analysis"، Management science، Vol.30، N0،۹ ، pp: 1078-1092.
7. Charnes، A.w.w. Cooper، and E. Rhodes، (۱۹۷۷) ، (8) ، " Measuring the Efficiency of Decision Making units، " European Journal of Operation Research، Vol.2، No.6، pp: 429-444.
8. Charnes، A، w.w. Cooper، A.y. Lewin، and L.M. seiford، (۱۹۹۴) ، Data Envelopment Analysis : Theory، Methodology and Application، Boston: Kluwer Academic publishers.
9. Farrell، M.(1957) ، " The measurement of production Efficiency" Journal of the Royal statistical society، series A (General) ، Vol. 120، pp: 253-281.
10. Golany، B. and.Y. Roll، (۱۹۸۹) ، " An Application Procedure for DEA، " Omega، Vol. 17، No.3، pp: 237-250
11. Jahanshaholl، G.R. and Alirezaee، M.R.، (۱۹۹۶) ، " Tutorial on Data Envelopment analysis"، Presented at the 28th National Iranian Mathematic.

12. Seiford, L.M. and R.M. Thrall( 1990) , " Recent Development in DEA, The Mathematical Programming Approach to frontier Analysis, " Journal of Econometrics, Vol. 46, pp: 7-37.
13. Seiford, L.M. (1994), " A Bibliography of Data Envelopment analysis, " Technical Report, Department of Industrial Engineering and Operations Research, university of Massachusetts.